Ausarbeitung Versuch 13

Messung von Spannungen und Strömen
von Fabian Gutjahr

Mitarbeiter: Jan-Hendrik Spille
Betreuer: Arne Jacobs
Datum: 09.11.04

Inhaltsverzeichnis

1. Physikalische Grundlagen.. 4
1.1 Grundgrößen der Elektrizitätslehre und ihre Einheiten:.................................. 4
1.1.1. Ladung [Q]= 1 As = 1 C (Coulomb)..4
1.1.2. Stromstärke [I]= 1 A (Ampere)... 4
1.1.3. Spannung [U]= 1 V (Volt)..4
1.1.4. Widerstand [R]=1V/A=1W.. 4
1.1.5. Leistung [P]=1J/s=1 V*A = 1 W (Watt).. 5
1.1.6. Arbeit [W]=1 Ws = 1 J (Joule)..5
1.2 Gesetze... 5
1.2.1. Ohmsches Gesetz..5
1.2.2. Kirchoffsche Regeln...5
1.2.2.1. Knotenregel.. 5
1.2.2.2. Maschenregel.. 5
1.2.3. Schaltung von Widerständen... 6
1.2.3.1. Reihenschaltung.. 6
1.2.3.2. Parallelschaltung... 6
1.2.4. Kondensatorentladung..6
1.2.5. Temperaturabhängigkeit von Widerständen..6
2. Aufgaben.. 7
2.1 Messbereichserweiterung.. 7
2.1.1. Voltmeter...8
2.1.1.1. Geräte:.. 8
2.1.1.2. Messwerte.. 8
2.1.1.3. Bereichserweiterung auf 5V... 8
2.1.1.4. Messwerte.. 9
2.1.1.5. Bereichserweiterung auf 2.5V und Berechnung der Leistung.................. 9
2.1.1.6. Quotient von Gesamtwiderstand und Vollausschlag.............................. 10
2.1.2. Amperemeter..10
2.1.2.1. Geräte:.. 10
2.1.2.2. Schaltung... 11
.... 11
2.1.2.3. Messwerte.. 11
2.1.2.4. Bereichserweiterung auf 10mA... 11
2.1.2.5. Bereichserweiterung mit unbekanntem Widerstand RX...........................11
2.1.2.6. Berechnung von RX2... 12
2.2 Innenwiderstand und Stromempfindlichkeit eines Amperemeters.................. 12
2.2.1. Stromempfindlichkeit...12
2.2.1.1. Geräte:.. 12
2.2.1.2. Schaltung... 13
.... 13
2.2.1.3. Messwerte.. 13
2.2.1.4. Bestimmung der Stromempfindlichkeit.. 13
2.2.2. Innenwiderstand... 13
2.2.2.1.Geräte.. 13
2.2.2.2. Schaltung... 14
2.2.2.3. Messwerte.. 14

2.2.2.4. Bestimmung des Innenwiderstands des ungeeichten Messgeräts................ 14
2.2.3. Spannungsempfindlichkeit...14
2.3 Widerstandsmessung...15
2.3.1. Spannungsgenaue Messung...15
2.3.1.1. Geräte:... 15
2.3.1.2. Schaltung.. 16
2.3.1.3. Messwerte.. 16
2.3.1.4. Bestimmung des Widerstandes.. 16
2.3.2. Stromgenaue Messung...17
2.3.2.1. Geräte.. 17
2.3.2.2. Schaltung.. 17
2.3.2.3. Messwerte:... 17
2.3.2.4. Bestimmung des Widerstandes.. 17
2.3.3. Messung mit einem hochempfindlichen Voltmeter....................................18
2.3.3.1. Geräte 18
2.3.3.2. Schaltung.. 18
2.3.3.3. Messwerte.. 18
2.3.3.4. Bestimmung des Voltmeterstroms, des Widerstands und des Fehlers.......... 18
2.4 Kondensatorentladung... 19
2.4.1. Geräte... 19
2.4.2. Schaltung... 19
2.4.3. Messwerte... 19
2.4.4. Schaubild siehe Anhang... 20
2.4.5. Messung... 20
2.4.6. Messung des Spannungsverlusts.. 21
2.5 I(U)-Kennlinie einer Metallfadenlampe.. 21
2.5.1. Geräte:.. 21
2.5.2. Schaltung... 21
2.5.3. Messung... 21
2.6 Kalt- und Betriebswiderstand einer Glühbirne...22
3. Anhang: Kopie des Originalprotokolls inkl. des zu 2.4 gehörigen Schaubilds... 22

1. Physikalische Grundlagen

1.1 Grundgrößen der Elektrizitätslehre und ihre Einheiten:

1.1.1. Ladung *[Q]= 1 As = 1 C (Coulomb)*

Die elektrische Ladung ist eine Eigenschaft der Materie. Es gibt positive und negative Ladung. Die Ladung hat das Formelzeichen Q und wird im SI-Einheitensystem in der Einheit Coulomb gemessen, die von den Grundeinheiten Ampre und Sekunde abgeleitet wird. Die elektrische Ladung ist quantisiert. Sie tritt nur in Vielfachen der Elementarladung $e = 1.602177 \cdot 10^{-19} C$ auf, somit lässt sich jede Ladung durch $Q = n \cdot (\pm e)$ beschreiben, wobei n eine natürliche Zahl ist. Die Elementarladung e entspricht genau der Ladung eines Elektrons (negative Elementarladung) bzw. der eines Protons (positive Elementarladung). Ladungen können Kräfte hervorrufen. Gleichnamige Ladungen ziehen sich an, ungleichnamige stoßen sich ab.

1.1.2. Stromstärke *[I]= 1 A (Ampere)*

Die Stromstärke gibt an, wie viele Ladungsträger sich zu einem Zeitpunkt durch die Querschnittsfläche eines Leiters bewegen. Die Stromstärke ist also:

$$I = \frac{dQ}{dt} = \dot{Q}$$

Die Stromstärke wird in Ampere (A) gemessen, das Formelzeichen ist I. Die Stromstärke ist eine Basiseinheit im SI-System.

1.1.3. Spannung *[U]= 1 V (Volt)*

Die Spannung gibt an, wie viel Energie benötigt wird bzw. frei wird, wenn ein geladenes Objekt entlang eines elektrischen Feldes bewegt wird. Die Einheit ist Volt (V), als Formelzeichen wird das U verwendet.

$$U = \frac{Arbeit}{Ladung} = \frac{W}{Q}$$

Die Spannung ist die Ursache des Stromes. Wenn zwischen zwei Punkten eine elektrische Spannung herrscht, dann existiert stets auch ein elektrisches Feld, welches Kraft auf einen Ladungsträger ausübt. Wenn diese Träger frei beweglich sind, beginnen sie nun zu fließen.

1.1.4. Widerstand *[R]=1V/A=1Ω*

Der Widerstand gibt an, wie groß der Strom ist, der bei gegebener Spannung über einen Leiter fließen kann. Der Widerstand hat das Formelzeichen U und die Einheit Ω (Ohm).

$$R = \frac{U}{I}$$

Anmerkung: Der Kehrwert des Widerstandes wird als der Leitwert bezeichnet, er hat die Einheit Siemens und das Formelzeichen G.

1.1.5. Leistung [P]=1J/s=1 V*A = 1 W (Watt)

Die Leistung gibt an, wie viel Arbeit in einem Zeitintervall verrichtet wird. Die Leistung ist also definiert durch $P=\frac{dW}{dt}$ Die elektrische Leistung ist gegeben durch

$$P=U\cdot I$$

Das Formelzeichen ist P, die Einheit ist Watt

1.1.6. Arbeit [W]=1 Ws = 1 J (Joule)

Die Arbeit ist definiert durch $F=\int\vec{F}(\vec{s})\,d\vec{s}$. Die elektrische Arbeit ist das Produkt der elektrischen Leistung mit der Zeit. Ihr Formelzeichen ist das P, ihre Einheit das Joule.

$$W=P\cdot t=U\cdot I\cdot t=U\cdot Q$$

1.2 Gesetze

1.2.1. Ohmsches Gesetz

Das Ohmsche Gesetz besagt, dass der Spannungsabfall U über einen ohmschen Widerstand, bei gleichbleibender Temperatur, proportional zu dem durchfließenden Strom der Stärke I ist. $U\sim I$

Der Proportionalitätsfaktor ist der ohmsche Widerstand R: $U=R\cdot I$. Die meisten metallischen Leiter sind ohmsche Widerstände.

1.2.2. Kirchoffsche Regeln

Die Kirchoffschen Regeln beschreiben den Stromfluss in einfachen Stromnetzen, die nur Gleichstromquellen und ohmsche Widerstände enthalten.

1.2.2.1. Knotenregel

Die Kettenregel besagt, dass die Summe aller zu einem Verzweigungspunkt fließenden Ströme gleich der Summe der vom Verzweigungspunkt weg fließenden Ströme ist.

1.2.2.2. Maschenregel

In jedem geschlossenen Stromkreis eines Stromnetzes (Masche) ist die Summe der Teilspannungen an den Leitern (Widerständen) gleich der Summe der Spannungen der Spannungsquellen.

1.2.3. Schaltung von Widerständen

1.2.3.1. Reihenschaltung

Für die Reihenschaltung von Widerständen gilt:

- Die Stromstärke ist überall gleich groß
- Die Gesamtspannung ist gleich der Summe der n Teilspannungen $U_{ges}=\sum_{1}^{n} U_n$.
- Der Gesamtwiderstand ist der Summe der einzelnen n Widerstände $R_{ges}=\sum_{1}^{n} R_n$.
- Die an den Widerständen abfallenden Spannungen verhält sich entsprechend der Widerstände. $\frac{U_1}{U_2}=\frac{R_1}{R_2}$

1.2.3.2. Parallelschaltung

Bei der Parallelschaltung von Widerständen gilt:

- Die an den Widerständen anliegende Spannung ist für alle Widerstände gleich.
- Entsprechend der Kirchoffschen Knotenregel ist die Gesamtstromstärke I_{ges} $I_{ges}=I_1+I_2+..+I_n$, damit ergibt sich für den Gesamtwiderstand: $R_{ges}=\frac{U}{I_1+I_2+..+I_n}$ und damit für $\frac{1}{R_{ges}}=\frac{I_1+I_2+..+I_n}{U}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+...+\frac{1}{R_n}$
- Die Ströme verhalten sich umgekehrt wie die Widerstände: $\frac{U_1}{U_2}=\frac{R_2}{R_1}$.

1.2.4. Kondensatorentladung

Wird ein Kondensator an einen Widerstand angeschlossen, so entlädt sich dieser. Die Spannung am Kondensator kann dann beschrieben werden durch den Zusammenhang:

$U=U_0\cdot e^{\frac{-t}{RC}}$. Hierbei ist U_0 die Spannung, bis zu welcher der Kondensator aufgeladen wurde, R der angelegte Widerstand und C die Kapazität des Kondensators.

1.2.5. Temperaturabhängigkeit von Widerständen

Viele Widerstände gehorchen nicht dem Ohmschen Gesetz. Sie sind temperaturabhängig. So steigt zum Beispiel bei der Metallfadenlampe der Widerstand bei steigender Temperatur an. Die Metallfadenlampe erwärmt sich in Abhängigkeit vom durchfließenden Strom, welcher wiederum von der angelegten Spannung abhängt (I=U/R). In einem I(U)-Diagramm ergibt sich deshalb eine für einen Widerstand charakteristische Kennlinie.

Bei der Metallfadenlampe steigt also der Widerstand bei zunehmender Temperatur. Es gibt jedoch auch Widerstände, bei denen der Widerstand geringer wird, wie zum Beispiel bei einem VDR-Widerstand oder einer Kohlefaserlampe.

2. Aufgaben

2.1 Messbereichserweiterung

Jedes Messgerät hat einen Messbereich. Dieser kann je nach Bedürfnis erweitert werden.

Im folgenden werden zwei Drehspulinstrumente als Messgeräte verwendet. Sie zeigen einen Vollausschlag bei 200mV und 1mA. Ihre Güteklasse ist 2.5. Daraus folgt für die Spannung U_{voll} und den Strom I_{voll} bei Vollausschlag:

U_{voll} = (200 ± 5)mV

I_{voll} = (1,000 ± 0,025)mA

Ein Drehspulinstrument kann sowohl zur Spannungs- als auch zur Strommessung verwendet werden.

Je nachdem ob das Drehspulinstrument als Spannungs- oder Strommessgerät verwendet werden soll, muss ich den Messbereich mit einer anderen Methode erweitern.

<u>Voltmeter</u>:

Beim Voltmeter schalte ich einen Vorwiderstand R_{vor} in Reihe mit dem Drehspulinstrument. Dadurch teilen sich die Teilspannungen auf den Vorwiderstand und den Innenwiderstand des Gerätes auf. Die Teilspannung U_i die am Innenwiderstand abfällt, ist die letztendlich gemessene: Sie verhält sich wie folgend:

$$\frac{U_i}{U}=\frac{R_i}{R_i+R_{vor}}\Rightarrow U_i=\frac{R_i}{R_i+R_{vor}}\cdot U=\frac{1}{1+\frac{R_{vor}}{R_i}}\cdot U$$

Wenn ich nun den Vorwiderstand R_{vor} so wähle, dass R_{vor}/R_i = n-1 ist, dann liegt am Spannungsmesser 1/n der Gesamtspannung an.

<u>Amperemeter</u>:

Beim Amperemeter schalte ich einen Nebenwiderstand R_N parallel zum Messgerät wodurch sich für das Verhältnis der Ströme $\frac{I_i}{I_N}=\frac{R_N}{R_i}$ ergibt. Somit fließt nur der Teilsstrom I_i durch das Messgerät.

$$\frac{I_i}{I}=\frac{I_i}{I_i}+I_N=\frac{1}{1+\frac{I_N}{I_i}}=\frac{1}{1+\frac{R_i}{R_N}}\Rightarrow I_i=\frac{1}{1+\frac{R_i}{R_N}}\cdot I$$

Wenn ich nun den Nebenwiderstand so wähle, dass R_N/R_i = n-1 ist, dann liegt am Messgerät 1/n des Gesamtstroms an.

Zuerst soll jedoch der Innenwiderstand des Gerätes und seine Leistung bei Vollausschlag bestimmt werden.
Hierzu benötige ich die physikalischen Zusammenhänge:
$R_i = \frac{U_{voll}}{I_{voll}}$ und $P = U \cdot I$, wobei R_i der Innenwiderstand des Gerätes ist, U_v die Spannung bei Vollausschlag und I_v der Strom bei Vollauschlag ist.
Daraus folgt für den Innenwiderstand:

$$R_i = \frac{U_{voll}}{I_{voll}} = 200 \frac{mW}{1} mA = (200{,}00 \pm 7{,}1)\,\Omega$$

mit dem Fehler:

$$\sigma_{R_i} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{I_{voll}}}{I_{voll}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_{voll}}}{U_{voll}}\right)^2} \cdot R_i = 7{,}1\,\Omega$$

und für die Leistung bei Vollausschlag:

$$P = U_{voll} \cdot I_{voll} = 200\,mV \cdot 1\,mA = (0{,}2000 \pm 0{,}0071)\,mW$$

mit dem Fehler:

$$\sigma_P = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{I_{voll}}}{I_{voll}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_{voll}}}{U_{voll}}\right)^2} \cdot P = 7{,}1\,\mu W$$

2.1.1. Voltmeter

2.1.1.1. Geräte:

Drehspulinstrumente aus Aufgabe 2.1 , Drehpotentiometer mit R_{max} = 5kΩ

2.1.1.2. Messwerte

U = 2,0 V

2.1.1.3. Bereichserweiterung auf 5V

Zuerst soll ich den zur Bereichserweiterung auf U_{erw}=5V Vollausschlag benötigten Widerstand R_{vor} berechnen.

$$\frac{U_{voll}}{U_{erw}} = \frac{U_{voll}}{U_{voll} + U_{vor}} = \frac{R_i}{R_i + R_{vor}} \Rightarrow R_{vor} = \frac{U_{erw} \cdot R_i}{U_{voll}} - R_i = (4{,}80 \pm 0{,}21)\,k\,\Omega$$

Fehler für den Widerstand:

$$\sigma_{R_{vor}} = \sqrt{\left(\frac{\partial R_{vor}}{\partial U_{voll}}\right)^2 \cdot \sigma_{U_{voll}}^2 + \left(\frac{\partial R_{vor}}{\partial R_i}\right)^2 \cdot \sigma_{R_i}^2} = 0{,}21\,k\,\Omega$$

mit

$$\frac{\partial R_{vor}}{\partial U_{voll}}=\frac{U_{erw}}{U_{voll}^2}\cdot R_i \qquad \frac{\partial R_{vor}}{\partial R_i}=\frac{U_{erw}}{U_{voll}}-1$$

Diesen Widerstand stelle ich nun mit dem Drehpotentiometer ein und messe damit die genaue Spannung der 2V= -Buchse.

Ich messe eine Spannung von U=(2,0±0,22)V.

Der relative Ablesefehler von U_{erw} ist dabei so groß wie der relative Fehler von R_{vor}, da bei seiner Berechnung die selben fehlerbehafteten Größen verwendet werden.

Es gilt:

$$\sigma_{U_{erw}}=\frac{\sigma_{R_{vor}}}{R_{vor}}\cdot U_{erw}=0{,}22\,V.$$

2.1.1.4. Messwerte

U = 2,1 V

2.1.1.5. Bereichserweiterung auf 2.5V und Berechnung der Leistung

Nun soll ich den Messbereich auf U_{erw2}=2.5V Vollausschlag erweitern. Hierzu stelle ich das Drehpotentiometer auf

$$R_{vor2}=\frac{U_{erw2}\cdot R_i}{U_{voll}}-R_i=(2{,}30\pm 0{,}10)\,k\,\Omega$$

ein.

Fehler für den neuen Vorwiderstand R_{vor2}

$$\sigma_{R_{vor2}}=\sqrt{\left(\frac{\partial R_{vor2}}{\partial U_{voll}}\right)^2\cdot\sigma_{U_{voll}}^2+\left(\frac{\partial R_{vor2}}{\partial R_i}\right)^2\cdot\sigma_{R_i}^2}=0{,}10\,k\,\Omega$$

mit

$$\frac{\partial R_{vor2}}{\partial U_{voll}}=\frac{U_{erw2}}{U_{voll}^2}\cdot R_i \qquad \frac{\partial R_{vor2}}{\partial R_i}=\frac{U_{erw2}}{U_{voll}}-1$$

Die Messung ergibt für die 2V=-Buchse eine Spannung von U=(2.10±0,10)V

Für den neuen Ablesefehler gilt wie oben:

$$\sigma_{U_{erw2}}=\frac{\sigma_{R_{vor2}}}{R_{vor2}}\cdot U_{erw2}=0{,}10\,V.$$

Die Beiden Messungen, liegen innerhalb des Fehlers. Die zweite Messung ist die genauere, da ihr Messbereich kleiner ist. Generell sollte mit einem möglichst kleinen Messbereich gemessen werden um den Ablesefehler gering zu halten.

Nun berechne ich die Leistung, die im Vorwiderstand verbraucht wird.

$$P=U\cdot I \qquad U=R\cdot I\Rightarrow I=\frac{U}{R} \qquad U_{voll}=U_i+U_{vor2}=2{,}5\,V \;\Rightarrow\; U_{vor2}=2{,}3\,V$$

$$P = U_{vor2} \cdot I = \frac{U_{vor2}^2}{R_{vor2}} = \frac{(2{,}3\,V)^2}{2{,}3\,k\,\Omega} = (2{,}3 \pm 0{,}12)\,mW$$

Für den Fehler der Leistung berechne ich zuerst den Fehler von U_{vor2}.

$$\sigma_{U_{vor2}} = \sqrt{\sigma_{U_{voll}}^2 + \sigma_{U_i}^2}$$

und damit

$$\sigma_P = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_{vor2}}}{U_{vor2}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_{vor2}}}{R_{vor2}}\right)^2} \cdot P = 0{,}12\,mW$$

2.1.1.6. Quotient von Gesamtwiderstand und Vollausschlag

Der Gesamtwiderstand ist die Summe aus Innenwiderstand und Vorwiderstand.

$$R_{ges} = R_i + R_{vor} = 2{,}3\,k\,\Omega + 200\,\Omega = 2{,}5\,k\,\Omega$$

Aus dem Gesamtwiderstand und dem Vollausschlag lässt sich nun ein Quotient bilden. Ich werde nun zeigen, dass dieser Quotient für das verwendete Drehspulinstrument für alle Messbereichserweiterungen 1kΩ/V ist.

es gilt $R_{ges} = \frac{U_{ges}}{I}$ und $U_{ges} = U_i + U_{vor}$

$$\frac{R_{ges}}{U_{max}} = 1\,k\,\Omega \cdot V^{-1}$$

$$\frac{\frac{U_{ges}}{I}}{U_{ges}} = 1\,k\,\Omega \cdot V^{-1} \frac{1}{I} = 1\,V \cdot k\,\Omega^{-1} = 1\,mA$$

Das entspricht gerade dem Strom bei Vollausschlag des Instruments. Wenn ich den Messbereich für Spannungsmessungen erweitern will, muss ich auch den Gesamtwiderstand vergrößern, in diesem Fall um 1kΩ pro 1V Bereichserweiterung.

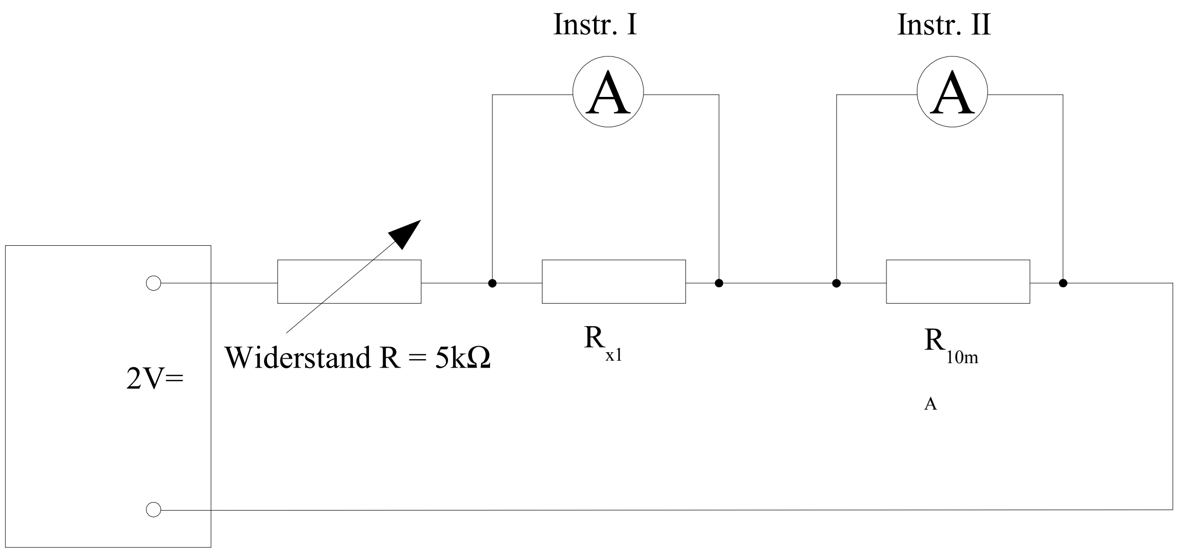
2.1.2. Amperemeter

2.1.2.1. Geräte:

Drehspulinstrumente aus 2.1

Potentiometer mit R_{max}=5kΩ

2.1.2.2. Schaltung



2.1.2.3. Messwerte

I = 1,8mA

2.1.2.4. Bereichserweiterung auf 10mA

Ich soll zunächst den Widerstand R_{10mA} berechnen, der zur Messbereichserweiterung auf I_{erw}=10mA benötigt wird.

Hierbei ist I_A der Strom, der durch das Gerät mit dem Innenwiderstand R_i fließt, I_N der Strom, der durch den Nebenwiderstand R_N fließt,

$$\frac{I_A}{I_N}=\frac{R_N}{R_i}\Rightarrow R_N=\frac{I_A\cdot R_i}{I_N}=\frac{I_A\cdot R_i}{I_{erw}-I_A}=\frac{1\,mA\cdot 200\,\Omega}{10\,mA-1\,mA}=22{,}22\,\Omega$$

Ich gehe im Folgenden davon aus, dass die Güteklasse des Gerätes weiterhin 2.5 bleibt, da der Originalshunt verwendet wurde.

2.1.2.5. Bereichserweiterung mit unbekanntem Widerstand R_X

Den Messbereich des zweiten Gerätes erweitere ich durch einen unbekannten, parallel geschalteten Widerstand R_{X1}.

In der in 2.1.2.2 gezeigten Schaltung regle ich das Potentiometer vom Maximalwert herunter, bis das Gerät mit dem unbekannten Nebenwiderstand voll ausschlägt. Dann lese ich den Strom am Messgerät II ab.

Bei der Messung stelle ich an Gerät II einen Strom von I_2=(1.8±0,25)mA fest, nachdem ich R_{X1} durch R_{X2} ausgetauscht habe, da bei Verwendung von R_{X1} entgegen der Aufgabenstellung Instrument II zuerst ausschlug. Der Versuch wurde mit R_{X2} fortgeführt.

Der Messbereich vom Instrument I ist also 1,8mA.

2.1.2.6. Berechnung von R_{X2}

Nun kann ich mit Hilfe von $\frac{I_A}{I_{Rx2}}=\frac{R_{x2}}{R_{A2}}$ den Widerstand R_{X2} berechnen.

Dazu errechne ich erst den Strom I_{Rx2}, der durch den Vorwiderstand fließt. Bei Vollausschlag fließt I_{voll}=1mA durch das Messgerät.

$$I_{Rx2}=I_2-I_{voll}=(0,8\pm0,25)\,mA$$

Fehler von I_{rx2}:

$$\sigma_{I_{Rx2}}=\sqrt{\sigma_{I_2}^2+\sigma_{I_{voll}}^2}=0,25\,mA$$

aus $\frac{I_A}{I_{Rx2}}=\frac{R_{x2}}{R_{A2}}$ folgt $R_{x2}=\frac{I_A\cdot R_{A2}}{I_{Rx2}}=\frac{U_{voll}}{I_{Rx2}}=\frac{200\,mV}{0,8\,mA}=(250,00\pm78,37)\,\Omega$.

Für den Fehler für R_{X2} ergibt sich nun:

$$\sigma_{R_{x2}}=\sqrt{\left(\frac{\sigma_{U_{voll}}}{U_{voll}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{I_{Rx2}}}{I_{Rx2}}\right)^2}\cdot R_{x2}=78,37\,\Omega$$

Der Fehler ist beträchtlich. Dies ist durch die Verwendung von R_{X2} anstatt von R_{X1} und dem zu großen Messbereich des Messgerätes II zu erklären. Vermutlich hätte R_{X1} kleiner sein und somit das Messgerät I später ausschlagen sollen. Man hätte bei der Messung mit R_{X2} einen kleineren Messbereich für das Messgerät II wählen sollen.

2.2 Innenwiderstand und Stromempfindlichkeit eines Amperemeters

2.2.1. Stromempfindlichkeit

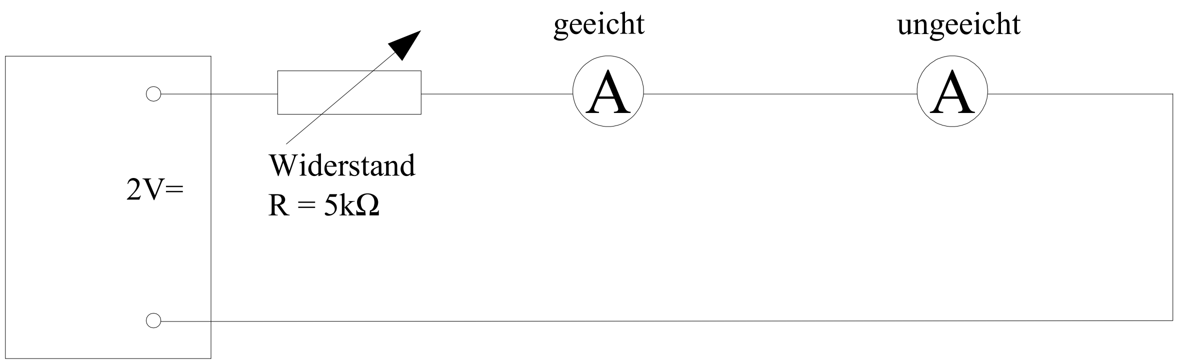
2.2.1.1. Geräte:

1 Drehspulinstrument aus 2.1 (geeicht, ohne Shunt)

1 ungeeichtes Drehspulinstrument

1 Potentiometer mit R_{max}=5kΩ

2.2.1.2. Schaltung



2.2.1.3. Messwerte

```
Anzeige: 1/25
```

2.2.1.4. Bestimmung der Stromempfindlichkeit

Ich will die Stromempfindlichkeit eines ungeeichten Messgerätes mit Hilfe eines geeichten Messgerätes bestimmen.

Ich regle das Potentiometer in der oben dargestellten Schaltung herunter, bis das geeichte Instrument Vollausschlag zeigt.

Danach berechne ich aus der Anzeige des ungeeichten Instruments die Stromstärke, die es bei Vollausschlag anzeigen würde. Vom geeichten Messgerät weiß ich, dass es bei Vollausschlag einen Strom von I_{voll}=(1,00±0,025)mA anzeigt.

Bei Vollausschlag zeigt das ungeeichte Instrument einen von 25 Skalenanteilen an.

Damit kann ich nun den Strom I_{v2} bei Vollausschlag berechnen.

$$I_{v2} = 25 * 1\, mA = (25{,}0 \pm 0{,}8)\, mA$$

Fehler von I_{v2}: Zur Abschätzung der neuen Ableseungenauigkeit gehe ich von einer Ablesegenauigkeit von ±0.02 Strichen aus. Der Fehler ergibt sich dann aus dem relativen Fehler der Ablesung am ungeeichten Messgerät und am geeichten Messgerät.

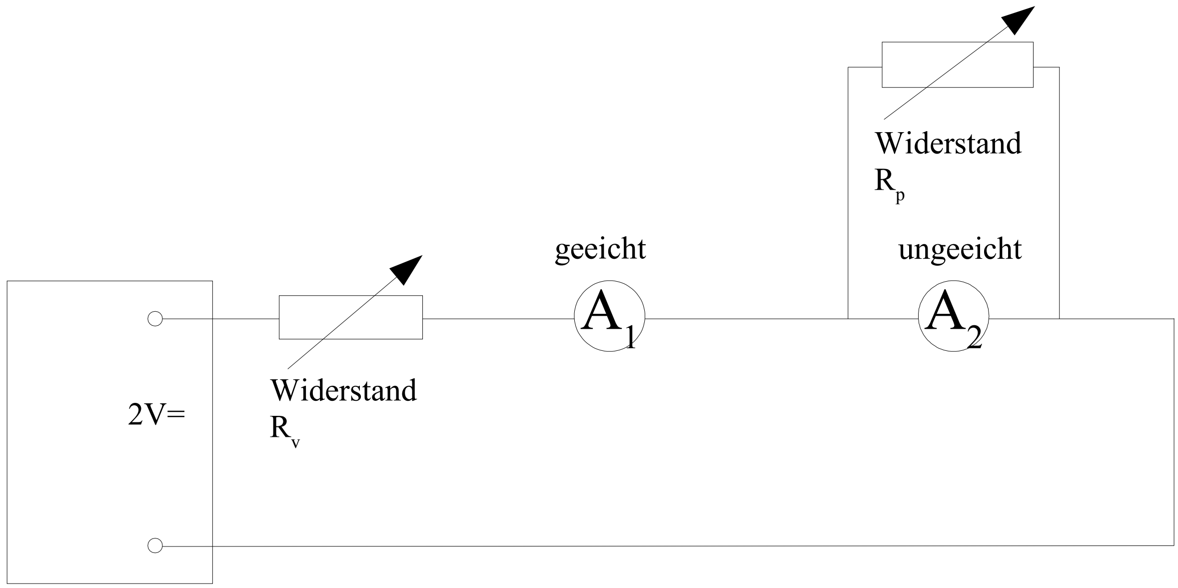
$$\sigma_{I_{v2}} = \sqrt{\left(\frac{0{,}02}{1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{I_{ges}}}{I_{ges}}\right)^2} \cdot I_{voll} = 0.8\, mA$$

2.2.2. Innenwiderstand

2.2.2.1.Geräte

Wie in 2.2.1 zuzüglich eines Drehpotentiometers

2.2.2.2. Schaltung



2.2.2.3. Messwerte

R = (26±2) Ω

2.2.2.4. Bestimmung des Innenwiderstands des ungeeichten Messgeräts

Der Widerstand R_p wird so eingestellt, dass das ungeeichte Messgerät nur noch die Hälfte des ursprünglichen Ausschlags zeigt. Ich halte die Stromstärke im Gesamtkreis konstant indem ich R_v nachregele.

Aus dieser Messung errechne ich den Innenwiderstand des ungeeichten Instruments.

Da bei halber Anzeige nur noch die Hälfte des Stroms fließt, fließt die andere Hälfte durch den Widerstand R_p. Aufgrund der Maschenregel weiß ich außerdem, dass die Spannung am Messgerät gleich der Spannung am Drehpotentiometer ist. Daraus folgt, dass der Innenwiderstand des ungeeichten Messgerätes gleich dem Widerstand R_p ist.

Mein eingestellter Widerstand ist (26±2)Ω. Also ist auch der Innenwiderstand des Gerätes (26±2)Ω. Den Fehler schätze ich wie folgt ab. Es entsteht jeweils ein Fehler von 2,5% beim Ablesen der Geräte. Am ungeeichten Gerät wird jedoch zweimal abgelesen, und die Fehler sind voneinander abhängig. Daher ist der Fehler also ca. 4*2.5%=10%.

2.2.3. Spannungsempfindlichkeit

Nachdem ich jetzt sowohl die Stromempfindlichkeit, als auch den Innenwiderstand bestimmt habe, kann ich die Spannungsempfindlichkeit bestimmen:

$R_i = \frac{U_{voll}}{I_{voll}}$, hierbei ist R_i der Innenwiderstand des Messgerätes (26Ω), U_{voll} die Spannung bei Vollausschlag und I_{voll} der Strom bei Vollausschlag (25mA).

$$U_{voll} = I_{voll} \cdot R_i = (650 \pm 54)\, mV$$

Fehler für U_{voll}

$$\sigma_{U_{voll}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{I_{voll}}}{I_{voll}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{R_i}}{R_i}\right)^2} \cdot U_{voll} = 54\, mV$$

Quotient:

$$\frac{R_i}{U_{voll}} = \frac{26\,\Omega}{650\, mV} = (40{,}0 \pm 4{,}5)\, \frac{\Omega}{V} = \frac{1}{I_{voll}}$$

Fehler für den Quotienten:

$$\sigma_{R/U} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{R_i}}{R_i}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_{voll}}}{U_{voll}}\right)^2} \cdot \frac{R_i}{U_{voll}} = 4{,}5\, \frac{\Omega}{V}$$

Der Quotient ist charakteristisch für das Gerät. Er gibt an wie groß der Vorwiderstand sein muss, um auf eine gewünschte Messbereichserweiterung zu kommen.

2.3 Widerstandsmessung

Die Stärke von Widerständen wird gemessen, indem man den Strom bestimmt, der bei einer bestimmten Spannung durch den Widerstand fließt. Im folgenden verwende ich dazu zwei Methoden: Die spannungsgenaue und die stromgenaue Messung. Bei der Messung kann immer nur eine der beiden Größen Spannung oder Stromstärke genau ermittelt werden.

Anmerkung zur Fehlerrechung:

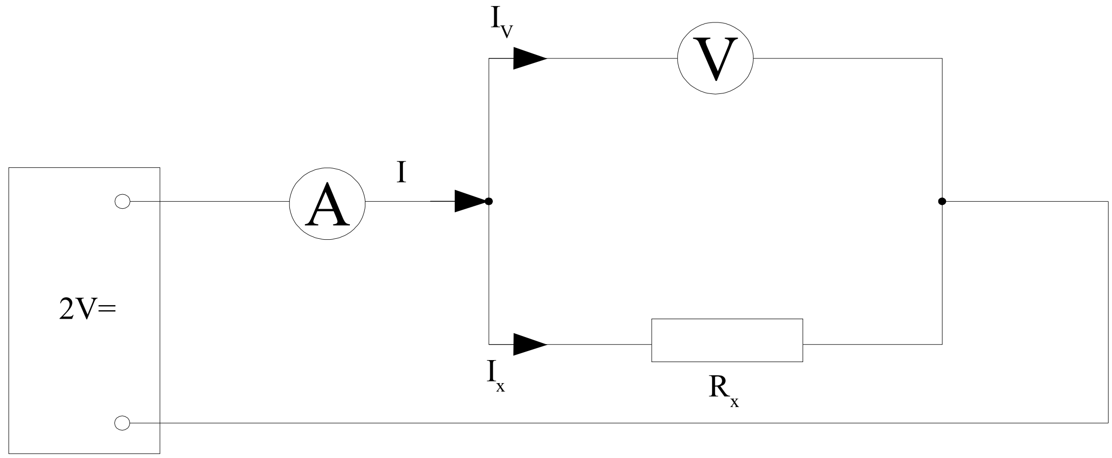
Ich werde im Folgenden nur die systematischen Fehler, nach denen auch im Aufgabentext gefragt ist, berechnen.

2.3.1. Spannungsgenaue Messung

2.3.1.1. Geräte:

Drehspulinstrumente aus 2.1 mit Shunt. (Vollausschlag bei 2,5V bzw. 10mA)

2.3.1.2. Schaltung



2.3.1.3. Messwerte

U_x = 1,87 V

I = 7,4 mA

2.3.1.4. Bestimmung des Widerstandes

Bei der Messung mit der spannungsgenauen Methode entsteht kein systematischer Fehler bei der Spannungsmessung, dafür jedoch ein Fehler bei der Strommessung, da der gemessene Strom nicht nur durch den Widerstand fließt, sondern auch durch den Voltmeter. Dieser Fehler ist umso geringer, je größer das Verhältnis Innenwiderstand des Voltmeters zu R_X ist.

Der systematische Fehler, lässt sich jedoch rechnerisch beseitigen, wenn man den Widerstand des Voltmeters kennt.

Ich messe den Strom und die Spannung und errechne damit den Widerstand R_x mit Hilfe der folgenden Beziehungen.

U_x: Spannung, die an R_x abfällt

I_v: Strom, der durch den Voltmeter fließt

I_x: Strom, der durch den Widerstand fließt

R_v: Innenwiderstand des Voltmeters (2,5kΩ, siehe Aufgabe 2.1)

R_A: Nebenwiderstand zur Messbereichserweiterung des Amperemeters (22,2Ω, siehe Aufgabe 2.2.2)

Für U_x ermittle ich 1,87V, für I ermittle ich 7,4mA, daraus folgt für R_x:

$$R_x = \frac{U_x}{I_x} = \frac{U_x}{I - I_v} = \frac{U_x}{I - \frac{U_x}{R_v}} = \frac{1{,}87\,V}{7{,}4\,mA - \frac{1{,}87\,V}{2500}\,\Omega} = 281\,\Omega$$

Berechnung des Widerstands bei Nichtbeachtung des Stromfehlers:

$$R_{NB} = \frac{U}{I} = 252{,}7\,\Omega$$

Jetzt lässt sich der relative systematische Fehler errechnen, der bei Nichtbeachtung des Stromfehlers entsteht:

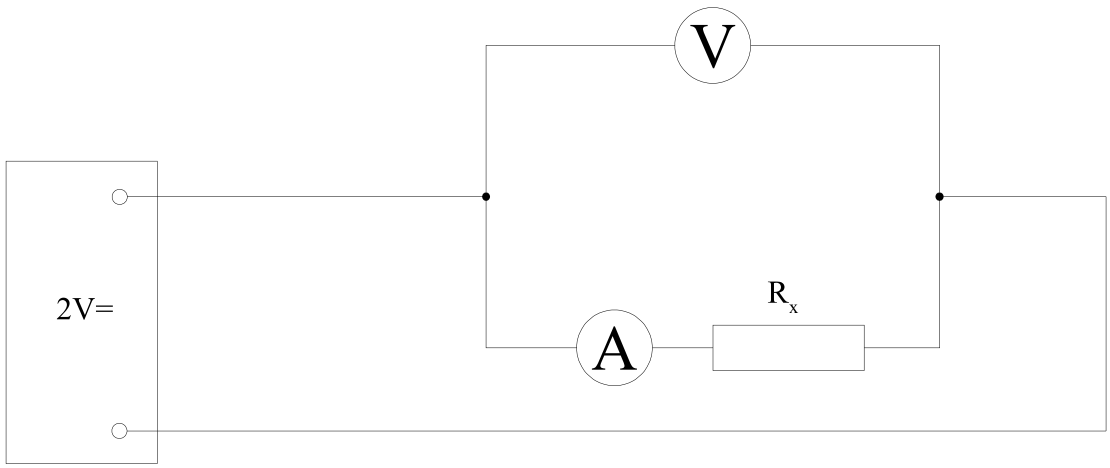
$$\frac{|(R_{NB}-R_X)|}{R_x}=0{,}10\Rightarrow 10\,\%$$

2.3.2. Stromgenaue Messung

2.3.2.1. Geräte

Wie in 2.3.1

2.3.2.2. Schaltung



2.3.2.3. Messwerte:

I = 6,38 mA

U = 2,01 V

2.3.2.4. Bestimmung des Widerstandes

Bei der stromgenauen Messung entsteht, anders als bei der spannungsgenauen Messung, kein Stromfehler, da nur der Strom gemessen wird, der tatsächlich durch den Widerstand fließt. Allerdings entsteht ein Spannungsfehler, da die gemessene Spannung nicht nur die Spannung ist, die am Widerstand abfällt, sondern die Spannung, die am Widerstand und am Strommessgerät abfällt. Der so entstehende Fehler wird umso geringer, desto kleiner der Widerstand des Amperemeters ist.

Aus den gemessen Werten U und I errechne ich mit folgender Beziehung R_x:

$$R_x=\frac{U_x}{I_x}=\frac{U-U_A}{I_x}=\frac{U}{I}\cdot R_A \quad ,$$

wobei U_A die am Amperemeter abfallende Spannung und R_A der Widerstand des Amperemeters ist.

Zuerst muss ich also R_A errechnen.

$$\frac{1}{R_A}=\frac{1}{200\,\Omega}+\frac{1}{22\,\Omega} \quad \Rightarrow \quad R_A=20\,\Omega$$

Damit errechne ich jetzt R_X.

$$R_x=\frac{U}{I}\cdot R_A=295\,\Omega$$

Wenn ich R_X ohne die Spannungskorrektur errechnet hätte, so wäre folgender systematischer Fehler aufgetreten:

$$R_x=\frac{U}{I}=315\,\Omega \qquad \frac{315\,\Omega-295\,\Omega}{295\,\Omega}=0{,}068 \quad \Rightarrow \quad 6{,}8\,\%$$

2.3.3. Messung mit einem hochempfindlichen Voltmeter

2.3.3.1. Geräte

Wie in 2.3.1, jedoch wird der Voltmeter durch einen Digital-Multimeter Voltcraft 3610 ersetzt. Dieser hat eine Güteklasse von 0,5 bei Spannungsmessungen. (Innenwiderstand R_i=10mΩ)

2.3.3.2. Schaltung

Wie in 2.3.1

2.3.3.3. Messwerte

U_x = 1,90 V

I_{ges} = (6,38 ± 0,25) mA

2.3.3.4. Bestimmung des Voltmeterstroms, des Widerstands und des Fehlers

Ich messe wie zuvor U_x und I_{ges}. Jetzt berechne ich den Strom, der durch den Voltmeter fließt:

$$I_{vm}=\frac{U}{R_i}=190\,nA$$

Hieraus kann ich den relativen Stromfehler errechnen. Dieser beträgt:

$$\frac{I_{vm}}{I_{ges}}=2{,}99\cdot 10^{-5}\Rightarrow 2{,}99\cdot 10^{-3}\,\%$$

Jetzt berechne ich den Fehler der durch das verwendete Amperemeter entsteht.

2,5% von 10mA sind 0,25mA, der Stromfehler ist also:

$$\frac{0{,}25\,mA}{6{,}38\,mA}=0{,}039\Rightarrow 3{,}9\,\%$$

Wie man nun sehen kann, macht die Korrektur um den Voltmeterstrom in diesem Fall keinen Sinn, da der Fehler, der durch das wesentlich ungenauere Amperemeter entsteht, entschieden größer ist. Sinn macht eine Solche Korrektur erst, wenn das Amperemeter einen Fehler von ähnlicher Größe wie der Stromfehler hätte.

Nun berechne ich R_{X2} mit der einfach unkorrigierten Beziehung U=R*I.

$$R_{x2}=\frac{U_x}{I_{ges}}=\frac{1{,}90\,V}{6{,}38\,mA}=298\,\Omega$$

Wie zu erwarten, entspricht der Wert sehr gut dem Wert aus der korrigierten stromgenauen Messung und auch noch relativ gut dem Wert aus der korrigierten spannungsgenauen Messung.

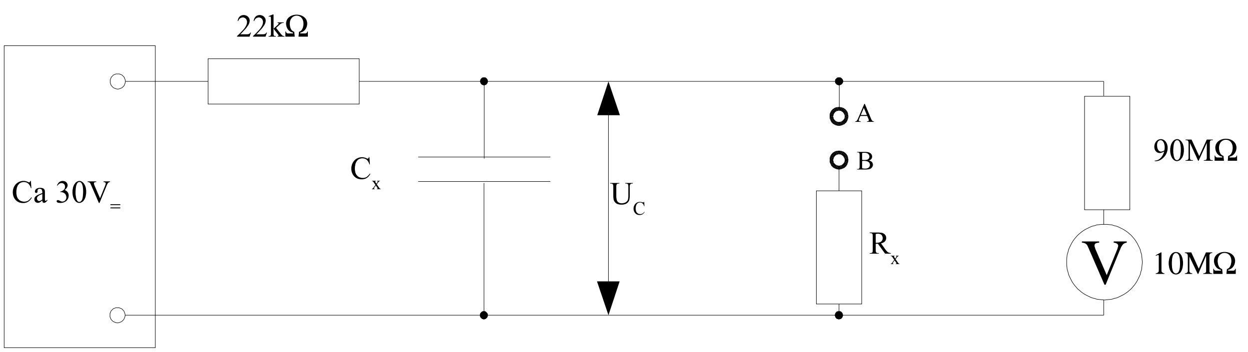
2.4 Kondensatorentladung

2.4.1. Geräte

Multimeter Güteklasse 0,5 für Widerstands- und 0,3 für Spannungsmessung.

Kondensator unbekannter Kapazität

2.4.2. Schaltung



<u>Anmerkung</u>: Es ist zu beachten, dass durch das Vorschalten des 90MΩ Widerstands, das Voltmeter nur noch 1/10 der Spannung, die über R_X abfällt, anzeigt. Die folgenden Werte, sind bereits um diesen Faktor korrigiert.

2.4.3. Messwerte

$R_x=(3{,}3\pm0{,}01)M\Omega$

$\frac{T}{s}$	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330
$\frac{U}{V}$	29.8	21.5	16.8	12.8	9.5	7.1	5.3	3.94	2.93	2.18	1.63	1.22

2.4.4. Schaubild siehe Anhang

2.4.5. Messung

Um die Kapazität eines Kondensators zu bestimmen, entlade ich ihn über einen Widerstand. Ich messe dabei die Spannung in Abhängigkeit von der Zeit. Damit die Entladung möglichst komplett über den Widerstand abläuft, wird ein Voltmeter mit einem sehr hohen Innenwiderstand gewählt und zusätzlich noch ein Vorwiderstand von 90MΩ vorgeschaltet (siehe Schaltung). Dies führt allerdings auch dazu, dass der Spannungsmesser nur 1/10 der wirklichen Spannung anzeigt.

Zuerst messe ich den Entladewiderstand und erhalte R_X=(3,3±0,02)MΩ. Nun lade ich den Kondensator. Ich kann daran, dass die Spannung am Messgerät konstant bleibt, sehen, dass er geladen ist. Nun kann mit dem Versuch begonnen werden. Ich ziehe die Spannungsquelle und starte gleichzeitig die Stoppuhr. Alles 30s werden Werte abgelesen.

Die so erhaltenen Spannungsmesswerte trage ich in halblogarithmisches Papier ein. Die Werte liegen entsprechend der Erwartung sehr genau auf einer Geraden, also lege ich eine Ausgleichsgerade durch die Werte und kann dann mit Hilfe des „e-tel"-Wertes $\tau = R * C$ bestimmen:

$$U_0 = 29{,}800\text{V} \qquad \frac{U_0}{e} = 10{,}96\,V$$

Aus meinem Schaubild lese ich nun den Wert t_1 = 1,72min = 103,2s ab, bei dem die Spannung 10,96V erreicht.

$$U_0 \cdot e^{(n)} = U_0 \cdot e^{(\frac{-t}{\tau})}$$

$$n = \frac{t_n}{n}$$

$$\Rightarrow \tau = 103{,}2\,s$$

Der Fehler von τ entsteht durch die Ableseungenauigkeit von t aus dem Schaubild, für die ich σ_t±4s annehme und durch die Spannung U_0=(29,80±0,09)V, welche mit dem Voltmeter gemessen wurde:

$$\sigma_\tau = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{t_1}}{t_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{U_0}}{U_0}\right)^2} \cdot \tau = 4\,s$$

Nun kann aus $\tau = RC$ die Kapazität C bestimmt werden. Dazu muss ich jedoch erst den wirklichen Entladewiderstand bestimmen, der sich aus der Parallelschaltung vom Entladewiderstand R_X zu der Hintereinanderschaltung vom 90MW Widerstand und dem 10MW Innenwiderstand des Voltmeters ergibt.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{3{,}3\,M\,\Omega} + \frac{1}{100\,M\,\Omega} \quad \Rightarrow \quad R = (3{,}2\,M \pm 0{,}02)\,\Omega$$

$$C = \frac{\tau}{R} = (322{,}5 \pm 12{,}7)\,mF$$

Fehler für C:

$$\sigma_C = \sqrt{\left(\frac{\sigma_\tau}{\tau}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2} \cdot C = 12{,}7\, mF$$

2.4.6. Messung des Spannungsverlusts

Nach der letzten Messung entferne ich den Kondensator aus der Schaltung und lade ihn nochmals. Nach ca. 10 min habe ich die Spannung des Kondensators ein weiteres Mal gemessen. Es waren erhebliche Spannungsverluste eingetreten, woraus sich schließen lässt, dass der Widerstand des Dielektrikums, das sich zwischen den Kondensatorplatten befindet, nicht hinreichend groß ist. Eigentlich hätten keine Spannungsverluste eintreten dürfen.

2.5 I(U)-Kennlinie einer Metallfadenlampe

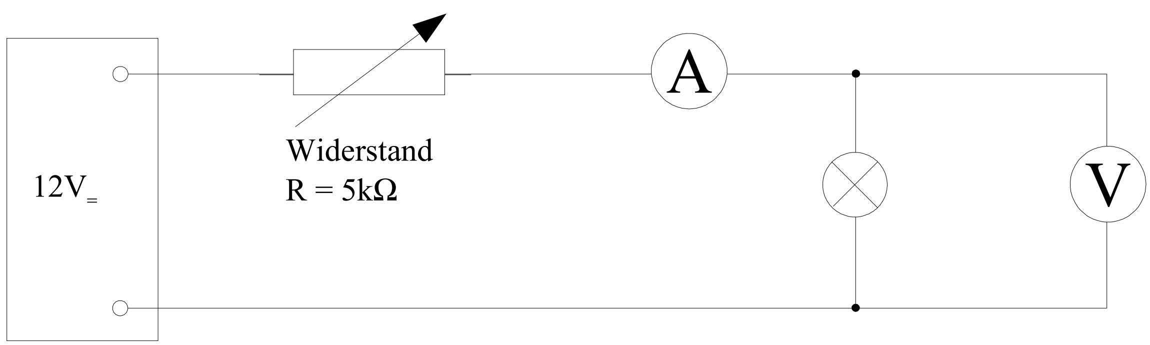
2.5.1. Geräte:

Voltcraft 3610

Drehspulinstrument aus Aufgabe 2.1 auf 100mA Messbereich erweitert

Drehpotentiometer mit R_{max} =5kΩ

2.5.2. Schaltung



2.5.3. Messung

Bei der Messung sollte nun die in den physikalischen Grundlagen erklärte Temperaturabhängigkeit des Widerstandes gezeigt werden. Hierfür wurde die oben gezeigte Schaltung gesteckt. Mit dem Drehpotentiometer kann ich die an der Lampe abfallende Spannung regulieren. Ich messe den Strom I für Werte von U zwischen 1V und 7V. Danach sollte ich I(U) graphisch darstellen und anhand der graphischen Darstellung den Widerstand der Metallfadenlampe bei U=1V und U=5,5V ermitteln. Dabei verwende ich die spannungsgenaue Messung mit dem Multimeter als Voltmeter, da der Fehler, wie in 2.3.3 gezeigt, sehr klein ist.

Der Aufbau lieferte leider keine verwertbaren Ergebnisse, in der verbleibenden Zeit konnte der Fehler nicht mehr festgestellt werden.

Es hätte festgestellt werden sollen, dass die Lampe kein Ohmscher Widerstand ist, dass der Widerstand mit zunehmender Spannung (auf Grund der zunehmenden Temperatur) steigt, sich aber nach einer Weile ein linearer Zusammenhang einstellt, wenn die Lampe ihre Betriebstemperatur erreicht.

2.6 Kalt- und Betriebswiderstand einer Glühbirne

Zuletzt ermittle ich den Betriebswiderstand einer 220V-Glühbirne. Die Leistung (P=15W) und die Betriebsspannung entnehme ich den Daten auf der Birne. Den Widerstand errechne ich mit Hilfe der Beziehungen:

$$P=U\cdot I\,,\quad R=\frac{U}{I}\quad\Rightarrow\quad R=\frac{U^2}{P}=3{,}2\,k\,\Omega$$

<u>Anmerkung</u>: Der im folgenden verwendete Messwert für R stammt von Kai Morgener, da ich aus Zeitgründen leider nicht mehr selbst messen konnte, ich werte die Aufgabe dennoch aus, da die meisten Berechnungen sich sowieso mit angegeben Werten durchführen ließen.

Da der errechnete Widerstand sich erst mit der Betriebstemperatur der Glühbirne einstellt, lässt sich nach dem Einschalten ein wesentlich geringerer Widerstand messen. Diesen ermittle ich mit Hilfe des Digital-Mulitmeters und erhalte folgenden Wert: $R_0=(486\pm0{,}1)\Omega$. Für die Stromstärke im Betriebszustand ergibt sich:

$$I=\frac{U}{R}=69\,mA$$

Beim Einschalten ist der Widerstand jedoch wie vorher gezeigt wesentlich geringer, daher fließt ein Spitzenstrom, den ich wie folgt errechne:

$$I_0=\frac{U}{R_0}=(452{,}67\pm0{,}10)\,mA$$

Der Fehler ist der gleiche relative Fehler, wie der des Kaltwiderstandes, er errechnet sich also durch:

$$\sigma_{I_0}=\frac{\sigma_{R_0}}{R_0}\cdot I_0=0{,}10\,mA$$

3. Anhang: Kopie des Originalprotokolls inkl. des zu 2.4 gehörigen Schaubilds